

Lineárne programovanie

Vodné hospodárstvo



Úvod

Každá činnosť človeka je ovplyvnená snahou čo najviac ju optimalizovať, napr.:

- hľadáť najkratšiu cestu,
- kúpiť čo najlepší výrobok za najnižšiu cenu,
- atď. vo všeobecnosti niečo sa snažíme **minimalizovať resp. maximalizovať**.
- v podnikoch - snaha o dosiahnutie maximálneho zisku, minimalizácia vzniknutého odpadu, prestojov, čo najefektívnejšie využitie surovínových zdrojov, pracovného času a pod.



Matematické programovanie

- ide o určenie extrému jednej alebo viacerých funkcií
- musíme rešpektovať limitované zdroje, požiadavky a rôzne iné obmedzujúce či ohraničujúce faktory (situácia na trhu, ľudské zdroje, požiadavky na bezpečnosť výroby, ochranu ŽP a mnohé ďalšie faktory).
- Medzi obľúbené a v praxi aj najčastejšie používané metódy riešenia optimalizácií zložitých procesov sú **metódy matematického programovania**.



Lineárne programovanie

- **Ciele** sa vyjadrujú pomocou jednej alebo viacerých funkcií, tzv. **účelovými funkciami** (matematické modely s jednou alebo s viacerými účelovými funkciami). Tieto funkcie môžu byť lineárnymi alebo nelineárnymi funkciami viacerých premenných - tzv. rozhodovacích premenných.
- Úlohou je nájsť **extremálne hodnoty** týchto rozhodovacích premenných vzhľadom na optimalizačné kritéria.
- **Ohraničujúce podmienky** sa vyjadrujú rovnicami, nerovnicami alebo ich sústavami. A tiež môže ísť o lineárne alebo nelineárne rovnice a nerovnice.



Zadanie úlohy

Zistite, aký by mal byť odber pitnej vody v zimnom a letnom období z nádrže, aby sa dosiahol najväčší zisk z predaja vody v nádrži v oboch sezónach.

- zachovanie stálej akumulácie V_a v nádrži
- neprekročenie maximálneho objemu V_{\max}

Riešenie: - počtársky spôsob,
 - grafický spôsob.



Vstupy:

a – vaše poradové číslo

Prítoky:

$I_s = 100 + 0,1 * a \text{ mil/m}^3$ – prítok do nádrže v letnej sezóne,

$I_w = 35 + 0,1 * a \text{ mil/m}^3$ – prítok do nádrže v zimnej sezóne,

Ceny:

$C_s = 0.5 + 0,01 * a \text{ €/m}^3$ – cena za odber 1 m^3 v letnej sezóne,

$C_w = 2.0 + 0,01 * a \text{ €/m}^3$ – cena za odber 1 m^3 v zimnej sezóne,

Objem nádrže:

$V_a = 20 + 0,1 * a \text{ mil/m}^3$ – stála akumulácia v nádrži,

$V_{\max} = 110 + 0,1 * a \text{ mil/m}^3$ – maximálny objem vody v nádrži.

!!!Podmienka zachovania dolnej akumulácie v letných aj zimných mesiacoch je: $V_a = 20 \text{ mil/m}^3$!!!!



a) ohraničenia pre odbery

1. leto

$$I_s - Q_s \geq 0$$

$$Q_s \leq 100 \text{ mil.m}^3$$

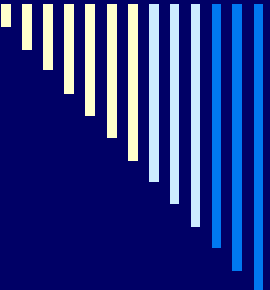
2. Leto + zima

$$I_s - Q_s + I_w - Q_w \geq 0$$

$$Q_s + Q_w \leq I_s + I_w$$

$$Q_s + Q_w \leq 135 \text{ mil.m}^3$$

Neprekročenie maximálneho objemu!!



b) ohraničenia pre maximálny objem nádrže

3. leto

$$V_a + I_s - Q_s \leq V_{\max}$$

$$Q_s \geq 20 + 100 - 110$$

$$Q_s \geq 10 \text{ mil.m}^3$$

4. Leto + zima

$$V_a + I_s + I_w - Q_s - Q_w \leq V_{\max}$$

$$20 + 135 - 110 \leq Q_s + Q_w$$

$$45 \text{ mil.m}^3 \leq Q_s + Q_w$$



c) účelová funkcia

$$Z_{\max} = Q_s \cdot c_s + Q_w \cdot c_w$$

1. Zvolíme si súradnice pre z_1 (napr. [50,50]) a vypočítame z_1

$$z_1 = y \cdot c_s + x \cdot c_w$$

2. Vypočítame si súradnicu x (alebo y) pre známu z_1

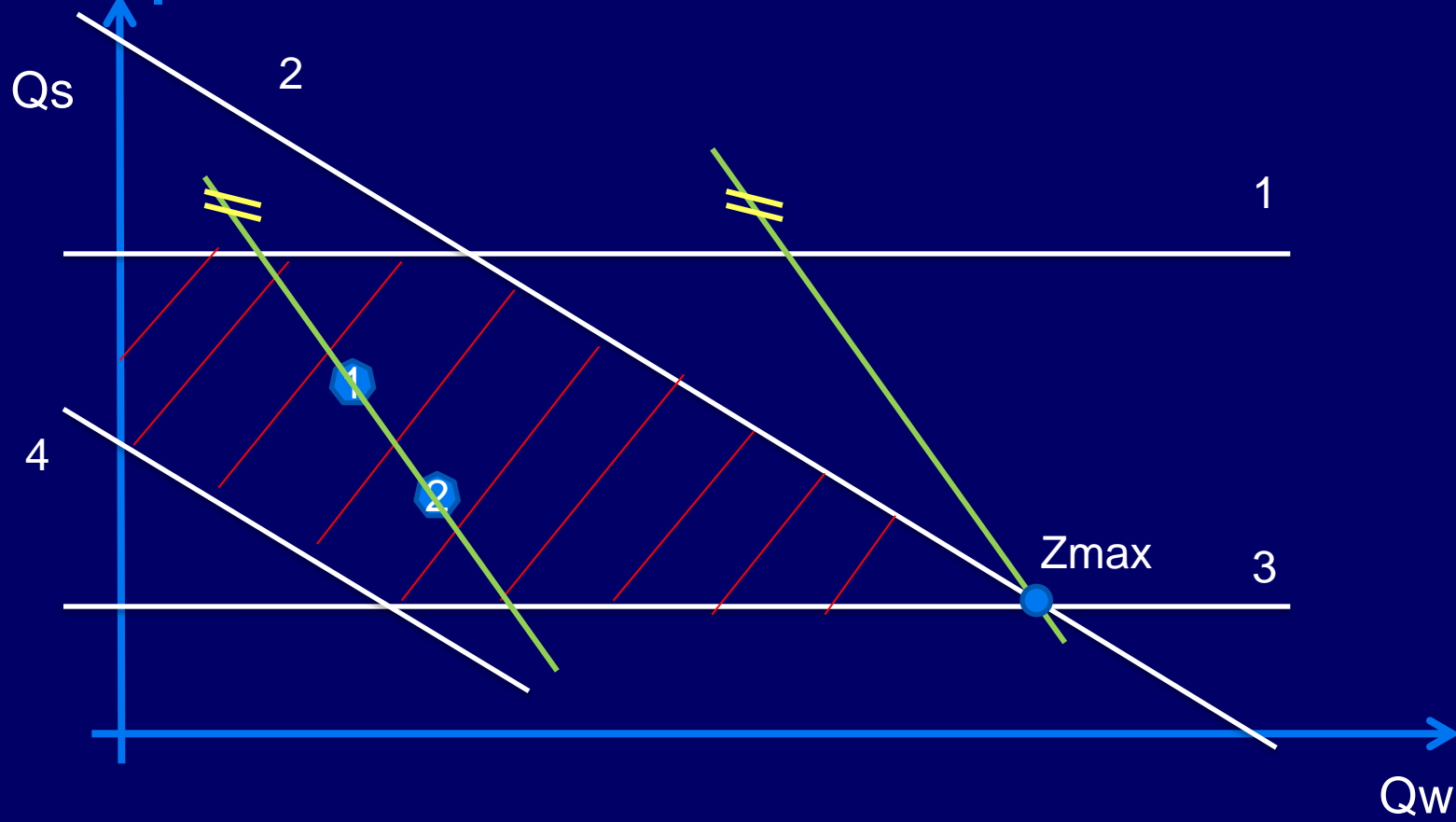
- vykreslíme si z_1

3. Odčítame si súradnice pre z_{\max} a vypočítame účelovú funkciu

z_{\max}

$$z_{\max} = Q_s \cdot c_s + Q_w \cdot c_w$$

Grafické riešenie





Vaše zadanie - úloha

Zistite, aký by mal byť odber pitnej vody v zimnom a letnom období z nádrže, aby sa dosiahol najväčší zisk z predaja vody v nádrži v obidvoch sezónach.

- stály objem V_a v nádrži sa môže vyčerpať
- neprekročenie maximálneho objemu V_{\max}

Riešenie: - počtársky spôsob,
 - grafický spôsob.



Riešenie

1. leto

$$I_s - Q_s + V_a \geq 0$$

2. leto + zima

$$I_s - Q_s + I_w - Q_w + V_a \geq 0$$

3. leto

$$V_a + I_s - Q_s \leq V_{\max}$$

4. Leto + zima

$$V_a + I_s + I_w - Q_s - Q_w \leq V_{\max}$$